広島大学　高等教育研究開発センター　大学論集
第 37 集（2005年度）2006年 3 月発行：309―327

高等教育研究における計量分析手法の応用（その１）

―マルチレベル分析―

村　澤　昌　崇

高等教育研究における計量分析手法の応用（その１）

―マルチレベル分析―

村　澤　昌　崇*

1　はじめに

本稿の目的は，近年社会科学系の分野においても普及しているマルチレベル分析について，その特徴を明らかにし，高等教育研究への応用可能性を探ることにある。

そもそも，マルチレベル分析はどのようなデータに適用されるべきか。簡潔に言うと，集められたデータにおいて複数の集団が確認され，個々の集団内に均質性や類似性が見られるようなデータに対して適用されるべき分析手法であるという。このようなデータは，集団化されたデータ（nested data）あるいは階層構造を成しているデータと呼ばれる。マルチレベル分析が階層線型モデル（Hierarchical Linear Model）とも呼ばれたりする理由は，ここにある。

このような多段層・重層的データに対し単層的データを想定した従来の分析方法を適用する場合，次のような問題があるとされる（Hox & Kreft, 1994）。

①独立性：観察された特定の集団内のサンプル同士は，他の集団のサンプルに比べて似通っていることがあらかじめ予想される。このようなデータを分析する場合，分析の単位として個々のサンプルを前提とする通常の有意性検定を用いると，「残差の独立性」仮定が満たされない。

②ランダム効果：カテゴリー間の平均の差の有意性を分析する分散分析やダミー回帰分析の場合，カテゴリーの効果は固定効果（Fixed Effect）と呼ばれ，そのカテゴリー固有の効果として扱われる。ところがこのカテゴリー自体が母集団からランダムに抽出されている場合，カテゴリーの属する母集団全体の効果を推定したい場合がある。一般の分散分析や回帰分析は個人（個別事象）がランダムにサンプリングされたという前提に立つが，マルチレベル分析の場合は，データの最小単位である個人・個別事象が属する上位集団（カテゴリー）をもランダムにサンプリングされたものと見なし，その効果を固定効果とランダム効果（Random Effect）＝分散に分解して推定する。固定効果とランダム効果が混在していることから，線形混合モデル（Mixed Linear Model, Mixed Effect Model）と呼ばれることもある。

③集合内のケース・サンプルが不均一な場合：分散分析ではデータの最小単位の分散と最小単位のデータが所属する上位集団間の分散も扱うことができるが，集団のサイズが不均一である場合に混乱が生じる。

④交互作用効果：回帰分析を行う場合，回帰係数に表れる説明変数の効果が上位集団間で異なるかどうかを分析することもある。この場合従来の方法では，ダミー変数等を用いて説明変数を掛け合わせることにより交互作用効果を測定してきた。しかしこの方法だと事実上複数の回帰直線を推計

＊広島大学高等教育研究開発センター講師

することになり，上位集団が多くなればなるほどより多くの回帰直線を推計することになり，効率が悪く下方バイアスのかかった推定値になってしまう。

マルチレベル分析は，上記のような課題に対応できる分析方法であり，広く専門分野を問わず浸透してきた分析方法であるが，我が国の高等教育研究の分野ではほとんどその応用例を見ない[1)]。本稿ではこの分析方法を概観し，事例分析を通じてその有効性を検討する。

2　分析に用いるデータ

以下従来の分析方法との比較を通じて，マルチレベルモデルの特徴を概観する。分析には21世紀COE プログラム『21世紀型高等教育システム構築と質的保証』の一環で行われた「大学生の教育・学習経験に関する調査」を用いる。本調査は2004年12月から2005年１月にかけて，全国の４年制大学18校（うち国立８校，私立10校）の１年生と４年生を対象に行い，5,383名の回答を得た。本稿の関心の一つであるデータの最小単位の個人が所属する上位集団（Level2）は，個々の大学の学部である。集められたデータのうち，学部内のデータ数が５に満たないものは分析から除外し，その結果54学部5368人の学生のデータが分析対象となる。各学部には平均しておよそ99人前後の学生が所属していることになるが，実際は６人～484人の開きがある。本稿では，このデータを用いて「大学教育の投資値頃感」[2)] と「教養教育の充実度」[3)] との関連を事例として取り上げ，マルチレベル分析を適用し検討する。

3　マルチレベル分析に適切なデータ数

マルチレベル分析で必要とされるデータ数については様々な議論がある（Heck & Thomas, 2000, Kreft & Leeuw, 1998, Mok, 1995）。上位集団（Level2）数を最低でも20とし，各集団内に十分なサンプル数が含まれている事が望ましいという指摘もあれば，150の集団を集めれば１集団内のサンプル数は５でも十分であるという指摘もある。あるいは，800以下の小規模サンプルであれば，集団レベルの数が比較的多く集団内のサンプル数が少ない標本設計の方が，集団レベルの数が少なく集団内のサンプルが多い標本設計よりもバイアスが少ないという指摘もある。いずれにせよ，強引な言い方をすれば，マルチレベル分析はデータの最小単位（社会科学ではもっぱら個人）を対象とした分析と，データの最小単位が所属する上位集団（学校，地域などのカテゴリー）の分析の２つが組み合わされている分析方法なので，どのレベルにおいても十分な分析サンプルが確保できていることが望ましいと考えられる。つまりそのようなデータとは，一集団あたりのサンプルが十分に多く，集団の数自体も比較的多く，さらに欠損値がほとんど無いか皆無であるデータのことを指すようである。

4　従来の分析方法

4．1　ダミー回帰分析

まずは一般的な回帰分析を想定してみよう。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + r_i \quad \cdots(1)$$

y_i は「大学教育の投資値頃感」を学生に4段階で評価してもらったものである。これが「教養教育の充実度」$= x_{1i}$ の影響を受けると仮定している。添え字の i は学生個人を指している。β_0 は切片＝総平均，β_1 は x_{1i} の傾き（x_{1i} の y_i に対する影響力，x_{1i} が1単位変化したときの y_i の変化量）を示している。r_i は x_{1i} では説明しきれない y_i の分散であり，残差・攪乱項と呼ばれる。「大学教育の投資値頃感」と「教養教育の充実度」との関係を一本の直線により表現しようとするのが(1)である。

ところで，(1)の回帰モデルについては，実際には学生が所属する集団（たとえば設置者，大学，学部）によって「大学教育の投資値頃感」の平均が異なっている場合が考えられる。このことを考慮に入れる場合には，集団数よりも一つ少ないダミー変数を作り式に導入する。以下では大学数が2校である場合を想定し1個のダミー変数 x_2 を式に導入する。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_2 + r_i \quad (2)$$

たとえば $x_2 = 1$ のときA大学の学生，0のときはそれ以外の大学の学生とすると，(3)は

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 0\text{のとき}) \quad (2a)$$

$$y_i = (\beta_0 + \beta_2) + \beta_1 x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 1\text{のとき}) \quad (2b)$$

と書き換えることができる。つまりA大学の学生はそれ以外の大学の学生に比して切片＝「大学教育の投資値頃感」の平均が β_2 だけ異なる。ただし回帰係数すなわち「大学教育の投資値頃感」と「教養教育の充実度」との関係は，グループ間では変わらない。これを図で表現すると図1のようになる。

回帰係数がグループ間で異なることを表現したい場合は，次のように交互作用項を導入する。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_3 x_{1i} \cdot x_2 + r_i \quad (3)$$

さらに(3)は

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 0\text{のとき}) \quad (3a)$$

$$y_i = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_3) x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 1\text{のとき}) \quad (3b)$$

と書き換えることができる。つまりA大学の学生は他の大学の学生に比べ，「大学教育の投資値頃感」と「教養教育の充実度」との関係が β_3 分だけ異なる。ただし切片は大学間で同じである。これを図で表現すると図2となる。

図1

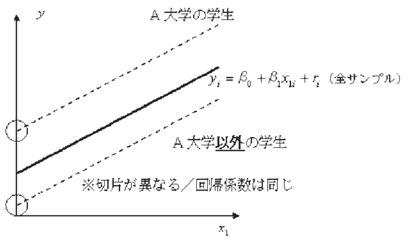


図2

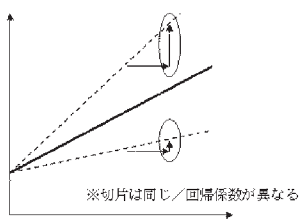
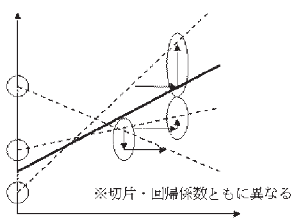


図3



切片も回帰係数も大学間で異なることを表現したい場合は次のようになる。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_{1i} \cdot x_2 + r_i \tag{4}$$

さらに(4)は

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 0\text{のとき}) \tag{4a}$$
$$y_i = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3) x_{1i} + r_i \quad (x_2 = 1\text{のとき}) \tag{4b}$$

と書き換えることができる。これを図で表現すれば図3のようになる。

4．2 集団・群毎に分析する方法[4)]

個々のユニットの属する集団や群の効果（文脈＝context 効果を測定するとも言う）を測定する場合，次のような方法を用いることも可能である。

例えば大学を添え字 j（j は1〜n 番目の大学を表す）で表現し，大学 j に所属する学生の「教養教育の充実度」と「大学教育の投資値頃感」をそれぞれ x_{1ij}，y_{ij} として回帰式を立てると，

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + r_{ij} \tag{5}$$

となる。これは n 個の大学毎に回帰分析を適用しており，n 個分の回帰係数と切片が得られる。この方法では，個々の大学に関する具体的な「大学教育の投資値頃感」と「教養教育の充実度」との関係を知ることができ，さらに大学間でそれらの関係の違いを比較することも可能である。ただしデメリットもある。一つは上位レベルの集団や群（ここでは大学）の数が多くなると分析が煩雑になる点である。もう一つは，係数や切片の集団間・群間格差の統計的有意性，すなわちそれら集団や群自体が所属する母集団においても同様に係数や切片の格差が得られるかどうかを検定できない点である。

4．3 集団・群の集計値に回帰分析を適用する場合

あらかじめ個々の集団・群について関心の対象である変数の平均値を算出し，それを改めて回帰分析にかける方法もある。この方法の場合，$x_{\cdot j}$ は j 番目の大学の「教養教育の充実度」の平均値を集計したものであり，$y_{\cdot j}$ は j 番目の大学の「大学教育の投資値頃感」の平均値を集計したものであ

る。個人 j は集団 j 毎に集計され，分析単位にはならないので「・」で表している。回帰式は，

$$y_{\cdot j} = \beta_0 + \beta_1 x_{1\cdot j} + r_{\cdot j} \tag{6}$$

となる。この方法だと，分析の最小単位は個人や個別事象（この例では大学生）ではなく，集団や群（ここでは大学・学部）となる。$r_{\cdot j}$ は平均 0 分散 $n_j^{-1}\sigma^2$ と仮定する。なぜなら $r_{\cdot j}$ は，それぞれが分散 σ^2 を持つ j 番目の大学 n 個分の平均だからである。

この分析方法の問題点は，大学学部の個票データの集計値を用いているので，大学学部内の分散が大学間で多様である可能性を無視してしまっていることである。さらに，あくまで集団・群レベルの傾向を表しているに過ぎず，個人の傾向についてこの分析方法より得られる結果からは何も言えないのである。集団・群の集計値を用いた結果から個人の傾向について言及するのは，生態学的誤謬（ecological fallacy）として知られている。

4．4 “Slopes As Outcome” モデル

集団・群ごとに回帰分析を実行し，得られた切片や回帰係数を被説明変数にし，考えられ得るマクロレベルの説明変数により分析を行うSlopes As Outcomeモデルというのもある。

4．5 文脈モデル（the contextual model）

古くから使われてきた，文脈を考慮したモデルとは，同じ変数について個人レベルと学校レベルで集計されたデータを同時に回帰式に投入する方法である。

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{1\cdot j} + r_{ij} \tag{7}$$

この方式により，「大学教育の投資値頃感」y_{ij} に対して，j 番目の大学のi番目の個人の「教養教育の充実度」x_{1ij} と，「教養教育の充実度」の大学別集計値 $x_{1\cdot j}$ が同時に回帰式に投入され，個人の効果と集団・群＝文脈の効果が同時に推定できる。ただし問題もある。レベルが異なっているとはいえ，同じ変数を用いているので多重共線性の問題が発生する可能性がある点，従属変数が個人レベルであるので，説明変数として導入されている集団・群レベルの変数（ここでは教養教育の充実度の大学別集計値）が個人レベルの変数として扱われるので，集団・群レベルの真の効果が検出されず，過小評価される危険性がある[5)]。

4．6 クローンバック・モデル

文脈モデルの多重共線性の問題を回避しようと試みられたのがクローンバック・モデルである。

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 (x_{1ij} - x_{1\cdot j}) + \beta_2 (x_{1\cdot j} - x_{1\cdot\cdot}) + r_{ij} \tag{8}$$

個人レベルと大学学部レベルにおいてデータを中心化[6)] することにより，２つの変数間の多重共線性の問題が回避できる。ただし，文脈モデルと同様に，説明変数として導入されている集団・群レベルの変数（ここでは教養教育の充実度の大学別集計値）が個人レベルの変数として扱われるので，

集団・群レベルの真の効果が検出されず，過小評価される危険性がある。

4.7 共分散分析モデル（ANCOVA）

共分散分析は，量的変数を共変量，質的変数を要因として同時に投入して分析することが可能な手法であり，回帰分析と分散分析をミックスさせたような分析手法である。この方法では大学・学部のような集団・群は質的変数＝要因として投入され，従属変数の集団・群間有意差を検討する。ただし，量的変数＝共変量は学生個人レベルの変数として投入されるので，回帰係数は一つしか算出されない。有効な分析方法ではあるが，回帰係数の集団・群間格差を検討できないという限界がある。

5 マルチレベル分析

次に，マルチレベル分析では個人レベルと個人が属する集団・群レベルをどのように分析に組み込むのかを見ていこう。

5.1 無条件モデル（unconditional model）

まず，学生個人レベルを level1 とし，「大学教育の投資値頃感」を説明する式を次のように立ててみよう。

$$y_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \tag{9}$$

これは，ある大学の学部 j に所属する個々の学生の「大学教育の投資値頃感」が，切片 β_{0j}＝全体平均と level1 のランダム誤差 r_{ij} で構成されることを示している。今，切片が学部毎に異なることが想定される場合，β_{0j} を次のように書き換えることができる。

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \tag{10}$$

γ_{00} は切片＝全体平均を示し固定効果と呼ばれる。u_{0j} は任意の学部 j の全体平均からの偏差を示し，level2 すなわち集団・群のレベルのランダム効果と呼ばれる。u_{0j} は平均 0，分散 τ_{00} をもち，この分散 τ_{00} が大きいほど「大学教育の投資値頃感」の平均値の学部間のばらつきが大きいことを意味する。式⑽を式⑼に代入すると，

$$y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij} \tag{11}$$

となる。つまり「大学教育の投資値頃感」は，切片＝全体平均 γ_{00} と level2（＝学部）のランダム効果 u_{0j}，そして level1（＝学生個人）のランダム効果 r_{ij} とに分解される。この構造は分散分析と対応するので ANOVA with random intercept（ランダム切片付き分散分析）と呼ばれることもある。実際の分析では，u_{0j} の τ_{00} が算出され，この τ_{00} の有意性すなわち切片の群間格差が母集団でも認められるかどうかを検討することが重要となる。

このモデルでは，level2 が従属変数の分散のどの程度を説明するかを検討できる。これは Intra-Class-Correlation（＝ICC）と呼ばれ次のような式となる。

$$\rho=\tau_{00}/(\sigma^2+\tau_{00}) \tag{12}$$

この値が十分に大きければ（とはいえ，明確な基準は特にないが），level2 の説明力があるといえる。

5．2　ランダム切片モデル

⑾のモデルは説明変数を組み込んでいなかったが，もちろん説明変数を組み込むこともできる。まず，「大学教育の投資値頃感」y_{ij} を「教養教育の充実度」x_{1ij} で説明するモデルを次のように組む。

$$y_{ij}=\beta_{0j}+\beta_{1j}x_{1ij}+r_{ij} \tag{13}$$

そして，切片に学部間格差があると仮定する。

$$\beta_{0j}=\gamma_{00}+u_{0j} \tag{14}$$

式⒁を式⒀に代入して次の式を得る。

$$y_{ij}=\gamma_{00}+u_{0j}+\beta_{1j}x_{1ij}+r_{ij} \quad \rightarrow \quad y_{ij}=\gamma_{00}+\beta_{1j}x_{1ij}+u_{0j}+r_{ij} \tag{15}$$

右式は固定効果とランダム効果とに分けて整理したものである。前半部の γ_{00} と β_{1j} は回帰分析の切片と回帰係数に相当し固定効果と呼ばれる。これは level1 の学生個人レベルの変数の効果を表している。そして後半部の u_{0j} が level2 の学部レベルのランダム切片効果，r_{ij} が level1 の学部内の学生個人レベルのランダム効果を表している。このモデルは切片のみにマルチレベルを設定しているので，回帰係数は学部間で一定である。このモデルは先に掲げたダミー回帰分析の⑵や図 1 に対応する。

5．3　ランダム係数モデル

回帰係数が level2 の学部間で異なると仮定する場合は次のようなモデルを設定する。

$$y_{ij}=\beta_{0j}+\beta_{1j}x_{1ij}+r_{ij} \quad (13) \qquad \beta_{1j}=\gamma_{10}+u_{1j} \quad (16)$$

式⒃を式⒀に組み込んで次の式を得る。

$$y_{ij}=\beta_{0j}+(\gamma_{10}+u_{1j})x_{1ij}+r_{ij} \quad \rightarrow \quad y_{ij}=\beta_{0j}+\gamma_{10}x_{1ij}+u_{1j}x_{1ij}+r_{ij} \tag{17}$$

γ_{10} は回帰係数の全体平均（全データに当てはまる回帰係数）を意味し，u_{1j} は平均 0 分散 τ_{11} の値をとり，各学部の回帰係数の平均値からの偏差を表す。この τ_{11} が統計的に有意に大きな値をとれば，母集団においても回帰係数が level2 の学部間で異なることを意味する。このモデルでは切片

にマルチレベルを設定していないので，先に検討したダミー回帰分析の⑶や図 2 に対応するモデルである。

5．4　ランダム切片・ランダム係数モデル

もちろん切片・回帰係数両方にマルチレベルを設定することも可能である。

$$y_{ij}=\beta_{0j}+\beta_{1j}x_{1ij}+r_{ij} \quad (13) \qquad \beta_{0j}=\gamma_{00}+u_{0j} \quad (18a) \qquad \beta_{1j}=\gamma_{10}+u_{1j} \quad (18b)$$

(18a)と(18b)を(13)に代入して

$$y_{ij}=\gamma_{00}+u_{0j}+\gamma_{10}x_{1ij}+u_{10}x_{1ij}+r_{ij} \;\rightarrow\; y_{ij}=\gamma_{00}+\gamma_{10}x_{1ij}+u_{0j}+u_{10}x_{1ij}+r_{ij} \quad (19)$$

となる。前半部の γ_{00} と $\gamma_{10}x_{1ij}$ が回帰分析の切片と回帰係数に相当する level1 の固定効果，そして u_{0j} が level2 のランダム切片効果，u_{1j} が level2 のランダム係数効果，r_{ij} が level1 のランダム効果である。切片も係数も学部間で異なることを仮定したモデルであり，学部間格差の有無を分散 τ_{00} と τ_{11} により推定するのである。これはダミー回帰分析の⑷や図 3 に対応するモデルである。

5．5　ランダム切片とランダム係数の共分散

これまでに見てきたように，マルチレベル分析の特徴は，切片や回帰係数における level2 すなわち集団・群の効果を，集団・群間分散という形で表現するところにある。ここで説明変数が一つ，切片と係数にマルチレベルを仮定したランダム回帰分析の場合に算出される分散成分 T を見ておこう。

$$T=\begin{pmatrix}\tau_{00}\tau_{01}\\ \tau_{10}\tau_{11}\end{pmatrix} \quad (20)$$

ここで注目すべきは τ_{10}（或いは τ_{01}）である。これはランダム切片とランダム係数の共分散を示し，level2 における切片と係数との関係を把握するための指標である。たとえば τ_{10} が正である場合は，切片が小さければ係数も小さく，切片が大きければ係数も大きい場合を示し，τ_{10} が負である場合は，切片が小さければ係数が大きく，切片が大きければ係数は小さい関係にあることを示している。

5．6　モデルの評価

マルチレベルを設定したモデルがデータにどの程度フィットしているかを検討する指標については，統計ソフト HLM を用いた時に算出される統計量の尤離度（Deviance）がある。これは，複数のモデル候補がある場合，この値がより小さい方がフィットしていることを示す。他には，-2 log likelihood, AIC（赤池の情報量基準），SBC（シュワルツのベイズ統計量基準）がある。これらの統計量は，値が大きいほどモデルがデータにフィットしていることを示す。絶対的な基準が無いので，複数のモデル候補がある場合にこの統計量を比較してよりよいモデルを選択する時に使う。

6　分析の実際―大学教育の学習投資と教養教育の充実度との関係

では実際に「大学教育への投資値頃感」と「教養教育の充実度」との関係を検討するために，回帰分析とマルチレベル分析を適用し比較検討してみよう。

6．1　回帰分析モデルの適用

表1は回帰分析を適用した結果と，切片＝全体平均と残差だけで構成されるNullモデル

$$y_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \tag{9}$$

を適用した結果を表示してある。Nullモデルと回帰モデルの σ^2 の変化（0.709→0.626），R^2（.116）および係数の有意性検定の結果を見てもわかるように，「教養教育の充実度」が，所属学部での学習が投資に値するかどうかの判断基準として有効であることが示されている。

表1　大学教育への投資値頃感と教養教育充実度―回帰分析モデル

被説明変数：所属大学学部での学習が投資に値するか					
	回帰分析モデル			Nullモデル	
	B	β			
説明変数					
切片	1.815		**	2.687	**
教養教育の充実度	0.346	0.341	**		
σ^2（学生個人レベル）	0.626		**	0.709	**
R^2	0.116		**		
Adj.R^2	0.116		**		
-2 log likelihood				12451.466	
AIC				12453.466	
SBC				12459.981	

** p<0.01，* p<0.05

6．2　無条件モデル，ランダム切片モデルの適用[7)]

次に，切片と残差のみのモデルにマルチレベルを設定する「無条件モデル」，説明変数を組み込んだ上で切片にマルチレベルを設定する「ランダム切片モデル」の2つをデータに適用してみよう。分析結果は表2に示した。

まず無条件モデルから見てみよう。Level2[8)] のランダム効果 τ_{00} が0.042で統計的に有意であることから，切片＝所属学部の学習の投資有効性の平均値が，学部間で異なることを仮定したことが有効であることがわかる。ICCは0.058であり，所属学部の学習の投資有効性の分散のおよそ6％が学部間の多様性により説明される。-2 log likelihood，AICそしてSBCはNullモデルと比較して値が小さくなっており，モデルがデータにより良くフィットしていることがわかる。

次に「教養教育の充実度」を説明変数としてモデルに組み込み，切片にマルチレベルを仮定したランダム切片モデルの分析結果を見てみよう。固定効果を見てみると，「教養教育の充実度」の係数は0.372で有意であり，回帰分析モデルと同様に「教養教育の充実度」が所属学部の投資有効性

表2　マルチレベル分析の適用：無条件モデル・ランダム切片モデル

	推定値					
	無条件モデル		ランダム切片モデル		Null モデル	
説明変数						
固定効果						
切片	2.695	**	1.773	**	2.687	**
教養教育の充実度	—		.372	**		
ランダム効果						
Level2						
τ_{00}	.042	**	.056	**		
Level1						
σ^2	.676	**	.583	**	709	**
ICC	.058		.088			
-2 log likelihood	12297.13		11365.96		12451.47	
AIC	12301.12		11384.95		12453.47	
SBC	12314.16		11382.95		12459.98	

** p<0.01，* p<0.05

の判断基準として有効であることがわかる。ランダム効果を見てみると，Level2 のランダム効果 τ_{00} が0.056となっており，これは統計的に有意であった。無条件モデルと同様に「大学教育への投資値頃感」の平均値が学部間で異なっていることがわかる。ICC は0.088であり，「大学教育への投資値頃感」の分散のおよそ９％が学部間の多様性により説明される。-2 log likelihood，AIC そして SBC は Null および無条件モデルと比較して値が小さくなっており，ランダム切片モデルがデータにより良くフィットしていることがわかる。これら分析結果からもわかるように，「大学教育への投資値頃感」を説明する場合，従来の回帰分析モデルを適用するよりも，マルチレベル分析を適用した方が有効であると言えそうである。

6．3　ランダム係数モデル

次に「教養教育の充実度」と「大学教育への投資値頃感」との関係が学部間で異なると仮定し，切片にはマルチレベルを設定しないモデルを組んで分析してみよう（表３左列）。固定効果は切片および「教養教育の充実度」ともに統計的に有意である。ランダム効果を見るとランダム係数効果 τ_{11} は統計的に有意である。つまり，「教養教育の充実度」と「大学教育への投資値頃感」との関係が学部間で異なっていることを意味する。ただし，-2 log likelihood，AIC そして SBC は，Null モデル，無条件モデルと比較して値が小さくなっているが，ランダム切片モデルよりも値は大きい。この段階ではランダム切片モデルのほうがよりデータにフィットしている。

さらに切片と係数の両方にマルチレベルを設定したモデルにより分析してみよう（表３の右列）。固定効果は切片および「教養教育の充実度」ともに統計的に有意である。ランダム効果については，ランダム係数効果 τ_{00}，ランダム係数効果 τ_{11} ともに統計的に有意である。つまり，「大学教育への投資値頃感」の平均値が学部間で異なるとともに，「教養教育の充実度」と「大学教育への投資値頃感」との関係も学部間で異なることが明らかになった。τ_{01} すなわち切片と係数の共分散は統計

的に有意であり且つ符号が負である。これは，切片と係数との関係が負であることを意味する。具体的には，切片すなわち「大学教育への投資値頃感」の平均値が高い学部の場合，回帰係数すなわち「教養教育の充実度」と「大学教育への投資値頃感」との関係が弱く，「大学教育への投資値頃感」の平均値が低い大学の場合は，「教養教育の充実度」と「大学教育への投資値頃感」との関係が強いことを意味する。おそらくもともと大学教育への投資値頃感が高い学部では，天井効果が働き教養教育の充実度で高い評価を得ても，それが大学教育への投資値頃感には反映されにくくなっていると思われる。逆に大学教育への投資値頃感がもともと低い学部では，教養教育の充実度が高く評価されればされるほど，それが大学教育への投資値頃感へと強く反映されていると思われる。-2 log likelihood，AIC そして SBC は，これまでのモデルの中でもっとも値が小さく，ランダム切片・係数モデルがデータにより良くフィットしていることがわかる。

表３　マルチレベル分析の適用：ランダム係数モデル

	推定値			
	ランダム係数モデル		ランダム切片・係数モデル	
説明変数				
固定効果				
切片	1.773	**	1.775	**
教養教育の充実度	.373	**	.369	**
ランダム効果				
Level2				
τ_{00}（切片）	—		.176	**
τ_{11}（係数）	.006	**	.007	*
τ_{01}（切片と係数の共分散）	—		−.034	**
Level1				
σ^2	.593	**	.579	**
-2 log likelihood	11439.53		11345.43	
AIC	11443.52		11353.43	
SBC	11456.52		11379.42	

** p<0.01，* p<0.05

6．4　モデルの拡張

これまでのモデルは，説明変数が一つのモデルであったが，もちろん説明変数が２つ以上のいわゆる重回帰分析のようなモデルについてもマルチレベルを設定することは可能である。ただし説明変数が増えることによりマルチレベルの設定の組み合わせが増加し，モデルが複雑になる。ここでは説明変数として「国立ダミー（国立大学であれば１，そうでなければ０）」，「学年[9)]」「専門教育の充実度[10)]」を追加し，複数のモデルを構築して比較検討を試みた。表４にはモデル A（切片にのみマルチレベルを設定），モデル B（切片と「教養教育の充実度」にマルチレベルを設定），モデル C（切片と「専門教育の充実度」にマルチレベルを設定），モデル D（切片と「教養教育の充実度」「専門教育の充実度」にマルチレベルを設定），モデル E（交互作用項２つ（「国立ダミー」×「教養教育充実度」，「国立ダミー」×「専門教育充実度」を導入し，切片，「教養教育充実度」「専門教

育充実度」の３つにマルチレベルを設定）の５つを掲載した。

分析結果を概観してみよう。まず固定効果をみると，国立大学についてはその効果がモデル B とモデル E では確認されないが，他のモデルについては国立大学は他大学に比して「大学教育への投資値頃感」の平均値が高い（②）。１年生と４年生以上との間に，「大学教育への投資値頃感」に関する格差は一貫してみられない（③）。そして教養教育が充実している大学，専門教育が充実している大学ほど，大学教育への投資値頃感が高くなっている（④，⑤）。ところが国立大学においては，教養教育の充実度と大学教育への投資値頃感との関係は，他大学に比べると弱くなる（⑥のモデル E）。ただし国立大学では，専門教育の充実度と大学教育への投資値頃感との関係については，他大学に比べると強くなっている（⑦のモデル E）。

次にランダム効果について見てみよう。ランダム切片効果はどのモデルにおいても一貫して見られ，このことから大学教育への投資値頃感の平均が学部によって異なることがわかる（⑧）。ランダム係数効果については，値は小さいが，モデル D とモデル E において見られる。教養教育の充実度が大学教育の投資値頃感に与える影響が大学学部間で異なることがモデル D で確認されている（⑨）。さらに，専門教育の充実度が大学教育の投資値頃感に与える影響が学部間で異なることがモデル D と E において確認された（⑩）。

さらに，教養教育の充実度の回帰係数と教養教育の回帰係数の共分散が，統計的に有意且つ負の

表４　モデルの拡張

	モデル A	モデル B	モデル C	モデル D	モデル E
固定効果					
①　切片	1.282 **	1.28 **	1.272 **	1.267 **	1.249 **
②　国立大学ダミー	.292 **	.293	.306 **	.269 **	.221
③　１年生ダミー	−.007	−.007	−.008	−.010	−.011
④　教養教育の充実度	.216 **	.218 **	.218 **	.215 **	.183 **
⑤　専門教育の充実度	.349 **	.345 **	.352 **	.350 **	.387 **
⑥　国立×教養教育充実度	—	—	—	—	−.110 **
⑦　国立×専門教育充実度	—	—	—	—	.124 **
ランダム効果					
Level2					
⑧　τ_{00}（切片の分散）	.018 **	.062 *	.073 *	.065 *	.066 **
⑨　τ_{11}（④の係数の分散）	—	.004	—	.007 *	.006
⑩　τ_{22}（⑤の係数の分散）	—	—	.005	.009 *	.007 *
⑪　τ_{01}（切片と③の係数の共分散）	—	−.010	—	−.006	−.007
⑫　τ_{02}（切片と④の係数の共分散）	—	—	−.017	−.008	−.007
⑬　τ_{03}（③と④の係数の共分散）	—	—	—	−.007 *	−.005
Level1					
⑭　σ^2	.512 **	.505 **	.509 **	.506 **	.505 **
-2 log likelihood	10502.22	10503.54	10494.84	10479.68	10479.45
AIC	10506.22	10511.54	10502.84	10493.68	10493.45
SBC	10519.17	10537.45	10528.74	10539.12	10538.79

** p<0.01，* p<0.05

符号を持っている点が興味深い（⑬のモデル D）。これは，「教養教育の充実度」と「大学教育の投資値頃感」との関係が強い大学ほど，「専門教育の充実度」と「大学教育の投資値頃感」との関係が弱いことを意味している。同時に「教養教育の充実度」と「大学教育の投資値頃感」との関係が弱い大学では「専門教育の充実度」と「大学教育の投資値頃感」との関係が強いことを意味している。このような分析結果は，従来の回帰分析では析出できなかったものであり，ここにマルチレベル分析の強みが現れている。

モデルのデータへのフィットを検討する指標である -2 log likelihood，AIC そして SBC は，値の増減が一様でない。特に -2 log likelihood の値が小さいモデルでは，逆に SBC の値が大きくなる傾向がみられる。それゆえこの５つから最良のモデルを選択するのは少々難しい。ただし，表２，表３のモデルよりも値は小さくなっており，表４の５つのモデルのほうがよりデータにフィットする形で改善されていることがわかる。

7　おわりに：マルチレベル分析の高等教育分析への応用可能性

本論では，高等教育研究における計量分析手法の応用事例として，マルチレベル分析を取り上げ，その有効性について探った。これまでに見てきたように，マルチレベル分析の利点は，従来の分散分析，共分散分析，回帰分析に比べ，単純無作為抽出ではないような層化・集団化されたデータを扱う場合にその力を発揮しうる分析方法である。今回の事例のような，大学・学部単位で調査を依頼してデータを収集する方法は，高等教育研究を進める上では良く用いられる手法であり，このようにして収集されたデータはマルチレベル分析を用いるのに適していると言っていいだろう。こうしたデータの分析の進め方としては，仮説に基づいて構築された分析モデルについて，まず複数のマルチレベル分析モデルを適用し，集団や群の効果が働いているかどうかを確認することから着手するという手順が考えられる。マルチレベル分析の利点の一つは，集団や群の効果を「分散」$=\tau$ という一つの数字で一括りに表現する点にあるので，きわめて効率的に集団や群の効果を把握できる。この手順において集団や群の効果が働いていないことが明らかになれば，従来の分散分析や回帰分析を用いて分析を進めればよい，ということになろう。

もちろん，マルチレベル分析があらゆる分析に勝っているというわけではない。先にも触れたが，収集された個票が属する上位の集団・群の数が多く，個別の集団や群に関する分析が煩雑になる場合には有効な分析方法であるが，集団や群の効果を分散で表現しているため，個々の集団や群の特徴に関する詳細な記述ができない。そして，３節でも触れたが，集団・群レベルで十分なサンプル数が確保されていないと，分析結果は不安定になる。集団・群レベルのサンプル数を睨みながら，これら集団・群の特徴全体を端的に記述するのか，それとも集団・群の特徴を個別に記述するのかによって，分析手法の選択が分かれるだろう。

本論で検討したマルチレベル分析は基本中の基本のモデルであり，まだ他に時系列分析，因子分析，共分散構造分析などに組み込むマルチレベル分析もあり，奥は深い。こうした分析手法の有効性を先行研究や応用事例をもとに検討し，我が国の高等教育研究の計量分析の進展にいかに寄与さ

せるかが今後の課題である。

【注】

1）朴澤（2005）は数少ないマルチレベル分析（HLM）を適用した論文である。

2）「現在所属の学部での学習が投資に値すると思いますか」という問いに対し，四段階尺度（１＝思わない，２＝あまり思わない，３＝ある程度思う，４＝思う）による回答を求めたもの。

3）教養教育の充実度については，１＝充実していない，２＝あまり充実していない，３＝ある程度充実している，４＝充実している，の四段階評価にて測定した。

4）以下マルチレベル分析に関する説明は Kreft & Leeuw（1998）を中心に Bryk & Raudenbush（1992）, Cohen, Cohen, West & Aiken（2003）, Goldstain（1987, 1995）, Heck & Thomas（2000）, Hox（2002）, Luke（2004）, Raudenbush & Bryk（2002）, Singer（1998）などを参考にまとめた。

5）二段抽出されたデータのような層化されたデータ，集団や群が認められるようなデータに関して，集団・群レベルの集計値を新変数として分析する方法，単純無作為抽出を前提とした分析法を適用する方法の問題点に関する詳しい議論は，狩野・三浦（2002）に詳しい。

6）個人レベルでは，$x_{1ij}-x_{1\cdot j}$ のように，個人が属する集団 j の平均値 $x_{1\cdot j}$ からの個人値 x_{1ij} の偏差を求める。集団・群レベルでは，$x_{.j}-x_{..}$ のように，全体の平均値 $x_{..}$ からの各集団・群の平均値 $x_{.j}$ の偏差を求める。

7）分析には SPSS13 の Mixed Model（線形混合モデル）を適用した。

8）本分析では，level2 には学部を設定している。具体的には「○○大学××学部」であり大学と学部を分離していない。厳密にマルチレベルを適用するのであれば，level2 に大学と分離した学部を設定し，さらに上位の level3 を大学として位置づけるべきではあるが，分析対象のデータの大学数が多くないことや説明を単純にするためにこのような措置をとった。

9）１年生の場合１，４年生以上の場合は０のダミー変数としている。

10）専門教育の充実度については，１＝充実していない，２＝あまり充実していない，３＝ある程度充実している，４＝充実している，の四段階評価にて測定した。

【参考文献】

Bryk, A.S. & Raudenbush, S.W., 1992, *Hierarchical Linear Models: Applications and data analysis methods*, Newbury Park, CA: Sage.

Cohen, J., Cohen, P., West, S.G., Aiken, L.S., 2003, *Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for the Behavioral Sciences*, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Goldstein, H., 1987, *Multilevel Models in Education & Social Research*, Lubrecht & Cramer, Limited.

Goldstein, H., 1995, *Multilevel Statistical Models*, New York: Halsted.

林　啓一，2004，「R でマルチレベルモデリング」岡田昌史（編）『The R Book—データ解析環境Rの活用事例集』九天社,

Heck, R.H. & Thomas, S.L., 2000, *An Introduction to Multilevel Modeling Techniques*, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

朴澤泰男，2005，「高校生の大学進学希望のマルチレベル分析」佐藤博樹（研究代表者）『若年者の就業行動・意識と少子高齢社会の関連に関する実証的研究』厚生労働科学研究費補助金研究成果報告書，東京大学社会科学研究所，193-207頁.

Hox, J.J., 1995, *Applied Multilevel Analysis*, Amsterdam: TT-Publikaties.

Hox, J.J., 2002, *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Hox, J.J. & Kreft, I. G.G., 1994, 'Multilevel Analysis Methods', *Sociological Methods & Research*, Vol. 22, No. 3, February, pp. 283-299.

狩野　裕・三浦麻子，2002，『グラフィカル多変量解析—AMOS, EQS, CALISによる目で見る共分散構造分析』現代数学社.

小宮山智志，2000，「不公平感の地域間格差研究におけるマルチレベル分析の応用」『中央大学社会学科紀要』10：199-213頁.

Kreft, I. & Leeuw, J.D., 1998, *Introducing Multilevel Modeling*, Sage Publications Inc, London.

Luke, D.A., 2004, *Multilevel Modeling*, London: Sage.

Mok, M., 1995, *Sample Size Requirements for 2-level Designs in Educational Research*, Sydney, Australia: Macquarie University.

Raudenbush, S.W., Bryk, A.S., Cheong, Y.F., Congdon, R. & Toit, M.D., 2004, *HLM6: Hierarchical Linear & Nonlinear Modeling*, Lincolnwood, Scientific Software International. Inc.

Singer, J.D., 1998, 'Using SAS PROC MIXED to Fit Multilevel Models, Hierarchical Models, and Individual Growth Models', *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, Vol. 24, No. 4, pp. 323-355.

Snijders, T.A.B. & Bosker, R., 1999, *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling*, London: Sage.

Introducing and Applying Multilevel Model Analysis for the Quantitative Research in Higher Education in Japan

Masataka MURASAWA*

This paper aims to introduce and apply multilevel model analysis by using it as a procedure for facilitating quantitative research in higher education in Japan. The multilevel model, also known as the Mixed Effect Model or the Hierarchical Linear Model (HLM), contains fixed effects which are traditionally identified as “intercept” and “regression coefficient”; and random effects which are shown as variances of intercepts and coefficients (τ) of Macro-level context, groups such as classes, schools, departments or institutions. This model can be applied to nested or hierarchical data in which targeted individuals can be in various types of groups.

In this article, multilevel modeling was applied to 5,368 undergraduate students who belong to 54 departments which are in 18 colleges and universities. The relations between the value of investment against the education programs of colleges and universities, which are evaluated through their students and the degree of fulfillment of undergraduate level liberal arts education, which are also evaluated by students, are estimated by applying ordinal regression analysis and multilevel modeling. In both cases, we could find significant effects of levels of fulfillment of liberal arts education with the value of investment against the education programs. The higher the levels of fulfillment of liberal arts are, students evaluate their education program as the more valuable for investment. However, we could also see differences in the intercepts between departments when we examine the results of multilevel modeling. Difference in slopes between departments, which indicate the relationship between the level of fulfillment of liberal arts education and the value of investment against the education program, vary from department to department and can be seen in the results of multilevel modeling as well. Moreover, we find a negative relationship between intercepts and slopes. This means that an institution which has a lower average score of the value of investment against the education program has a higher value of coefficient slope, meaning that the relationship between the degree of fulfillment of liberal arts education and the value of investment against the education program is lower. On the other hand, an institution which has a higher average score of the value of investment against the education program has a lower value of coefficient slope implying that the relationship between the level of fulfillment of liberal arts education and the value of investment against the education program is higher. These kinds of results, which indicate the variety of department, cannot be seen in ordinal regression analysis. In this case study of application multilevel modeling, the strength of the explanation of multilevel modeling is

* Assistant Professor, Research Institute for Higher Education, Hiroshima University

indicated.

Tests of 5 different models using multilevel analysis were applied to identify their adequacies: all of these models showed good fit.